CHAPITRE 3 LES PUISSANCES ET LES EXPOSANTS
3.1 INTRODUCTION AUX PUISSANCES P. 92 ex. 1

1. Soit l'expression 4 x 4 x 4, quel nombre est multiplié trois fois par lui-même ?

Puisque 4 est multiplié trois fois par lui-même, on peut écrire : 4 x 4 x 4 = 4^3

4 x 4 x 4 est **la notation développée (multiplication répétée)** de 4^3

Bien noter la façon que l'on écrit 4^3. La taille du chiffre 3 est plus petite que celle de 4 ; le chiffre 3 est écrit sur une ligne plus haute que celle de 4. On prononce « 4 exposant 3 », « 4 au cube »..

On appelle 4^3 une puissance dans laquelle :

4 est **la base** (le nombre qui est multiplié par lui-même) ;

3 est **l'exposant** (le montant de fois que le nombre est multiplié).

On peut déterminer la valeur de la puissance (il est préférable d'effectuer du calcul mental avant d'utiliser un outil technologique).

Puisque 4 x 4 x 4 = 64, on peut dire que $4^3 = 64$

64 est **la valeur de la puissance** 4^3

2. Soit l'expression 2 x 2 x 2 x 2 x 2, combien de fois le nombre 2 est-il multiplié par lui-même ?

Puisque 2 est multiplié cinq fois par lui-même, on peut écrire : 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 2^5

2 x 2 x 2 x 2 x 2 est l**a notation développée** (**multiplication répétée**) de 2^5 (attention à l'écriture)

Donc 2^5 est une puissance dans laquelle :

2 est **la base** (le nombre qui est multiplié par lui-même)

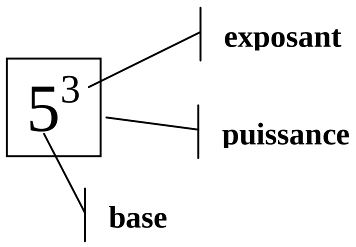
5 est **l'exposant** (le montant de fois que le nombre est multiplié)

On peut déterminer la valeur de la puissance (il est préférable d'effectuer du calcul mental avant d'utiliser un outil technologique).

Puisque 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32, on peut dire que $2^5 = 32$

32 est **la valeur de la puissance** 2^5

Il faut bien faire la différence entre la puissance, l'exposant et la base.



Ainsi dans 2^3 :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

2 est multiplié par lui-même 3 fois.

***la base** est 2 ; **l'exposant** est 3 ; **la puissance** est 2^3*

Alors que dans 3^2 :

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

3 est multiplié par lui-même 2 fois.

***la base** est 3 ; **l'exposant** est 2 ; **la puissance** est 3^2*

3. a. Compléter pour 5^2

5 est : ________________
2 est : __________________
5^2 est : ____________________

b. Compléter pour 3^4

3 est : ______________________
4 est : ______________________
3^4 est : ______________________

c. Compléter pour 6^3

3 est : ______________________
6 est : ______________________
6^3 est : ______________________

4. a. Compléter pour 2^4

la puissance est : ______________________
la base est : ______________________
l'exposant est : ______________________
la notation développée est : ______________________
(la multiplication répétée)
la valeur de la puissance est : ______________________

b. Compléter pour 4^2

la puissance est : ______________________
la base est : ______________________
l'exposant est : ______________________
la notation développée est : ______________________
(la multiplication répétée)
la valeur de la puissance est : ______________________

c. Compléter pour 3^5

la puissance est : ______________________
la base est : ______________________
l'exposant est : ______________________
la notation développée est : ______________________
(la multiplication répétée)
la valeur de la puissance est : ______________________

INTRODUCTION AUX PUISSANCES - Exercices

1. Indiquer la base, l'exposant et la puissance.

   a) 7^4 7 est : ____________ 4 est : _________________ 7^4 est : ________________

   b) 5^3 3 est : ____________ 5 est : _________________ 5^3 est : ________________

   c) 9^8 9^8 est : ___________ 8 est : _________________ 9 est : ________________

   d) 5^6 5 est : ____________ 6 est : _________________ 5^6 est : ________________

   e) 1^2 2 est : ____________ 1^2 est : _______________ 1 est : _________________

2. Exprimer ces multiplications répétées i) sous forme de puissance et ii) en déterminer la valeur.

   a) 2 x 2 x 2 x 2 x 2 ____

   b) 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 ____

   c) 5 x 5 x 5 ____

   d) 4 x 4 x 4 x 4 ____

   e) 11 x 11 ____

   f) 3 x 3 x 3 x 3 x 3 ____

3. Exprimer ces puissances i) en notation développée et ii) en déterminer la valeur.

   a) 4^3 __________________________________

   b) 1^{12} __________________________________

   c) 10^5 __________________________________

   d) 6^1 __________________________________

   e) 5^4 __________________________________

   f) 3^6 __________________________________

   g) 100^2 __________________________________

4. Compléter ces tableaux.

Puissance	Base	Exposant	Notation développée	Valeur
4^2				
			3 x 3 x 3 x 3	
	7	1		
			5 x 5 x 5	
	2	5		
4^1				
			2 x 2 x 2 x 2	
	1	3		
			6 x 6 x 6	
	9	2		

5. Trouver l'exposant inconnu.

a) $6^{\_\_\_}$ = 36 b) $5^{\_\_\_}$ = 5 c) $2^{\_\_\_}$ = 16 d) $7^{\_\_\_}$ = 49

e) $2^{\_\_\_}$ = 1024 f) $3^{\_\_\_}$ = 81 g) $5^{\_\_\_}$ = 125 h) $3^{\_\_\_}$ = 27

i) $9^{\_\_\_}$ = 81 j) $4^{\_\_\_}$ = 64 k) $7^{\_\_\_}$ = 343 l) $2^{\_\_\_}$ = 8

6. Trouver la base inconnue.

a) $\_\_^2$ = 16 b) $\_\_^3$ = 27 c) $\_\_^3$ = 8 d) $\_\_^2$ = 144

e) $\_\_^5$ = 32 f) $\_\_^2$ = 9 g) $\_\_^1$ = 12 h) $\_\_^5$ = 1

i) $\_\_^2$ = 36 j) $\_\_\_^4$ = 16 k) $\_\_^3$ = 125 l) $\_\_^4$ = 81

m) $\_\_^1$ = 64 n) $\_\_\_^2$ = 64 o) $\_\_^3$ = 64 p) $\_\_^6$ = 64

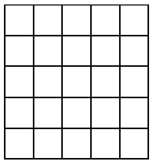
7. Expliquer la différence entre 6 x 2, 2 x 6, 6^2 et 2^6

LES EXPOSANTS SPÉCIAUX – 3.1 exemple 2 p. 94

L'exposant 2 porte aussi le nom de carré.
Toutes les puissances ayant un exposant de 2 forment des carrés. On dit également que le nombre (chiffre) est élevé au carré.

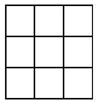
Ex. 5^2
5 au carré :

un carré qui est 5 x 5
la valeur est 25



Ex. 3^2
3 au carré :

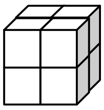
un carré qui est 3 x 3
la valeur est 9



L'exposant 3 porte aussi le nom de cube.
Toutes les puissances ayant un exposant de 3 forment des cubes. On dit également que le nombre (chiffre) est élevé au cube.

Ex. 2^3
2 au cube

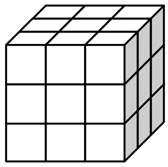
un cube qui est 2 x 2 x 2
valeur est 8



Compter le nombre de petits cubes compris dans le plus grand cube.

Ex. 3^3
3 au cube

un cube qui est 3 x 3 x 3
la valeur est 27



Compter le nombre de petits cubes compris dans le plus grand cube.

Compléter le tableau.

Puissance	Base	Exposant	Notation développée	Valeur de la puissance
3 au carré				
			4 x 4 x 4	
2 au cube				
	7	2		
				125
				27
			8 x 8	

LES EXPOSANTS ET LES PARENTHÈSES – ex. 3 p. 95 3.1

Noter le rôle des parenthèses dans l'utilisation des puissances.

1. $\mathbf{(-2)^4}$ = (-2) x (-2) x (-2) x (-2) = 16

   La parenthèse entoure -2, ce qui signifie que :
   - **(-2) est répété 4 fois** ; autrement dit 2 est répété 4 fois et le signe – est répété 4 fois ;
   - la base est **-2** ;
   - la valeur de la puissance est **16.**

2. $\mathbf{-2^4}$ = (-1) x 2^4 = (-1) x (2) x (2) x (2) x (2) = -16

   Il n'y a pas de parenthèses dans -2^4, ce qui signifie que :
   - **seulement 2** est **répété 4 fois** ;
   - le signe moins n'est répété qu'une seule fois ;
   - la base est **2** ;
   - la valeur de la puissance est **-16**.

   - *Quand on réécrit la question avec parenthèses, (comme en haut), c'est plus claire de voir que c'est une question avec une puissance qui a une base positive, multiplié après par -1 (comme en exemple 3).*

3. $\mathbf{-(2^4)}$ = ((-1) x (2) x (2) x (2) x (2)) = (-16) = -16

   Ceci est le même exemple que celui de la question 2 à l'exception des parenthèses. Les parenthèses dans cet exemple entourent toute la puissance. Il y a un négatif avant les parenthèses. En suivant la priorité des opérations, opération dans la parenthèse doit être effectuée en premier. Il faut d'abord calculer la puissance :

   - **2** doit être **répété 4 fois** ;
   - Le signe – n'est répété qu'une seule fois ;
   - La base est **2** ;
   - En suivant la priorité des opérations, on multiplie par -1 le résultat du parenthèse (Le négatif avant le parenthèse veut dire qu'on multiplie le résultat du parenthèse par -1).
   - La valeur de la puissance est **-16**

5. Dans les exemples suivants, déterminer ce qui doit être répété lorsqu'on développe la puissance.

a. $(-2)^3 = ?$ Est-ce que 2 est répété 3 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

b. $-3^5 = ?$ Est-ce que 3 est répété 5 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 5 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

c. $-(5)^4 = ?$ Est-ce que 5 est répété 4 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 4 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

d. $(-7^3) = ?$ Est-ce que 7 est répété 3 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

e. $((-3)^2) = ?$ Est-ce que 3 est répété 2 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 2 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

f. $-(4^3) = ?$ Est-ce que 4 est répété 3 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

g. $(-(6)^3) = ?$ Est-ce que 6 est répété 3 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

h. $-2^4 = ?$ Est-ce que 2 est répété 4 fois ? OUI NON
Est-ce que le signe – est répété 4 fois ? OUI NON
Quelle est la base ? ________________________

6. Compléter le tableau suivant :

Puissance	Base	Exposant	Notation développée
4^2			
			3 x 3 x 3 x 3
	-7	2	
			-5 x -5 x -5
			(-1) x (-5) x (-5)
-3^5			
$(-4)^3$			
			(-5) x (-5) x (-5) x (-5) x (-5)
	3		(-1) x (3) x (3) x (3) x (3)
			(-1) x (-5) x (-5)

7. Exprimer ces puissances en notation développée et en déterminer la valeur.

a) 3^2 = ______________________________

b) -3^2 = ______________________________

c) (-3^2) = ______________________________

d) $(-3)^2$ = ______________________________

e) 3^3 = ______________________________

f) -3^3 = ______________________________

g) (-3^3) = ______________________________

h) $(-3)^3$ = ______________________________

8. Soit la puissance a^n dans laquelle a est un nombre entier et n, un nombre entier positif. Déterminer le signe de la valeur de la puissance a^n, en utilisant la multiplication répétée, si :

   1. a est positif et n est pair;

   2. a est positif et n est impair;

   3. a est négatif et n est pair;

   4. a est négatif et n est impair.

a. Déterminer le signe de :

a. 23^{42}	b. $(-15)^{20}$	c. $(-35)^{17}$	d. $(19)^{32}$
e. $(-51)^{13}$	f. $(-27)^{20}$	g. $-(18)^{12}$	h. -19^{32}

L'EXPOSANT ZÉRO 3.2 exemple 4 p. 104

1. On sait que si on multiplie la valeur d'une puissance par la valeur de la base, on trouve la valeur de la puissance suivante (la valeur des exposants augmente).

   Ainsi : $2^1 = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 2$
   $2^2 = 2 \times 2 \qquad\qquad\qquad = 2^1 \times 2 = 4$
   $2^3 = 2 \times 2 \times 2 \qquad = 4 \times 2 \quad = 2^2 \times 2 = 8$
   $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad = 8 \times 2 \quad = 2^3 \times 2 = 16$
   $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \times 2 \quad = 2^4 \times 2 = 32$

Le tableau suivant résume cette régularité :

Puissance	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
Notation dév.	2	2 x 2	2 x 2 x 2	2 x 2 x 2 x 2	2 x 2 x 2 x 2 x 2
Valeur	2	4	8	16	32

Réécrivons le tableau en commençant par la puissance la plus élevée et en diminuant la puissance de 1 jusqu'à 2^0. Est-il possible de trouver la valeur de 2^0 ?

Puissance	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	$\mathbf{2^0}$
Notation dév.	2 x 2 x 2 x 2 x 2	2 x 2 x 2 x 2	2 x 2 x 2	2 x 2	2	**?**
Valeur	32	16	8	4	2	**?**

Effectuons le processus inverse et divisons la valeur d'une puissance par la valeur de la base. On trouvera ainsi la valeur de la puissance suivante (la valeur des exposants diminue).

Ainsi : $2^4 = 2^5 \div 2 \;= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \div 2 = 32 \div 2 \;= 16$
$2^3 = 2^4 \div 2 \;= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \div 2 \quad = 16 \div 2 \;= 8$
$2^2 = 2^3 \div 2 \;= 2 \times 2 \times 2 \div 2 \qquad = 8 \div 2 \;= 4$
$2^1 = 2^2 \div 2 \;= 2 \times 2 \div 2 \qquad\quad = 4 \div 2 \;= 2$

Finalement, on trouve que :
$2^0 = 2^1 \div 2 \;= 2 \div 2 = 1$

2. Vérifions notre raisonnement en changeant de base. Observer la régularité suivante et compléter le tableau:

Puissance	3^4	3^3	3^2	3^1	$\mathbf{3^0}$
Notation dév.	3 x 3 x 3 x 3	3 x 3 x 3	3 x 3	3	
Valeur					
		81÷3=	27÷3=	9÷3=	3÷3=

De combien de fois la valeur diminue-t-elle lorsque l'exposant diminue de 1? _______

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? ______________________

3. Compléter les tableaux suivants :

a.

Puissance	4^5	4^4	4^3	4^2	4^1	$\mathbf{4^0}$
Notation dév.						
Valeur						

De combien de fois la valeur diminue-t-elle lorsque l'exposant diminue de 1? __________

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? ________________________

b.

Puissance	5^4	5^3	5^2	5^1	$\mathbf{5^0}$
Notation dév.					
Valeur					

De combien de fois la valeur diminue-t-elle lorsque l'exposant diminue de 1? __________

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? ________________________

c.

Puissance	6^3	6^2	6^1	$\mathbf{6^0}$
Notation dév.				
Valeur				

De combien de fois la valeur diminue-t-elle lorsque l'exposant diminue de 1? __________

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? ________________________

Compléter la phrase suivante :
La valeur d'une puissance avec un exposant zéro est toujours égale à _________.

Donc : 3^0 = _____ 5^0 = _____ 72^0 = _____ 2009^0 = _____ $1\,000\,000^0$ = _____

4. Compléter les tableaux suivants :

Puissance	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	-3^5	-3^4	-3^3	-3^2	-3^1	-3^0
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$(-3)^5$	$(-3)^4$	$(-3)^3$	$(-3)^2$	$(-3)^1$	$(-3)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$(3)^5$	$(3)^4$	$(3)^3$	$(3)^2$	$(3)^1$	$(3)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$-(2)^5$	$-(2)^4$	$-(2)^3$	$-(2)^2$	$-(2)^1$	$-(2)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Est-il nécessaire de devoir compléter un tableau comme ceux qui précédent lorsqu'on doit calculer une puissance du type « a^0 » où « a » est un nombre entier?

5. Compléter le tableau suivant dans lequel « a » est un nombre entier positif :

Puissance	a^0	$-a^0$	$(a)^0$	$(-a)^0$	$-(a)^0$
Valeur					

6. Déterminer la valeur de la puissance.

a. 2^0 = _______ b. $-(4)^0$ = _______ c. $(12)^0$ = ________

d. -23^0 = _______ e. $(-7)^0$ = ______ f. -12^0 = ________

g. $-(9)^0$ = _______ h. $(-11)^0$ = ______ i. -15^0 = ________

7. Quelle est la valeur de 10^0 ?

a. 10 b. 1 c. 0 d. 0,1